

TOUJOURS LE TRIANGLE...

...ET LA PREUVE PAR NEUF

par Jean MICHEL, Paris

Cette fois, c'est le point de vue militaire qui a inspiré de savants calculs sur le Triangle d'Alésia.

« Je me suis amusé à analyser, d'un point de vue purement mathématique (mathématiques très élémentaires), les différentes hypothèses du portrait-robot et à en déduire quelques lois.

On est en présence d'un polygone, que César va cerner au plus près avec sa contrevallation. Il va devoir se protéger contre les forces extérieures avec une circonvallation, polygone a priori homothétique au précédent. Il nous donne même les longueurs des périmètres de ces polygones. En d'autres termes, César s'installe dans une couronne polygonale entourant le polygone de l'oppidum où Vercingétorix a massé ses troupes.

On peut tester différentes hypothèses de formes de polygones :

le triangle, le carré, le pentagone, l'hexagone, etc... jusqu'au cercle (nombre infini de côtés). Quelques lois mathématiques peuvent être énoncées, qui mettent en relation la surface de la couronne polygonale (ou la distance entre les deux lignes intérieure et extérieure) avec la surface du polygone intérieur ou avec son périmètre.

À titre d'illustration concrète, sachant que César nous donne les périmètres des contrevallation et circonvallation ($P_{int} = 16,3$ km et $P_{ext} = 20,7$ km), il est aisé d'en déduire les surfaces, S_{int} du polygone intérieur, S_{ext} du polygone extérieur, ainsi que la distance « normale », selon une perpendiculaire aux lignes, entre celles-ci.

Voici le tableau qui en résulte :

	Triangle A	Carré B	Cercle C
Surface intérieure S_{int}	12,8 km ²	16,6 km ²	21,04 km ²
Surface extérieure S_{ext}	20,7 km ²	26,8 km ²	34,1 km ²
Surface différentielle de la couronne polygonale	7,9 km ²	10,3 km ²	13,1 km ²
Distance normale entre les 2 lignes	0,43 km	0,56 km	0,71 km

Données de César :

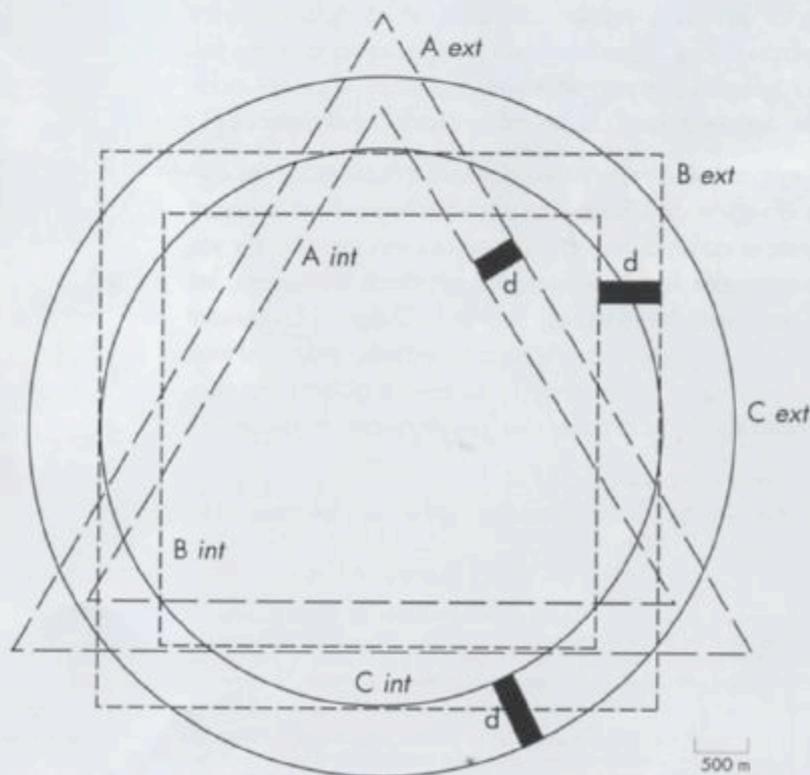
Périmètre $int = 16,28$ km

Périmètre $ext = 20,72$ km

A_{int} et A_{ext} désignent la contrevallation (int) et la circonvallation (ext) dans le cas d'une figure triangulaire ;

B_{int} et B_{ext} désignent la contrevallation (int) et la circonvallation (ext) dans le cas d'une figure carrée ;

C_{int} et C_{ext} désignent la contrevallation (int) et la circonvallation (ext) dans le cas d'une figure circulaire.



TOUJOURS LE TRIANGLE...

...ET LA PREUVE PAR NEUF

Les deux périmètres intérieur et extérieur étant fixés par l'écrit de César, on voit que la surface *Sint* (comme la surface *Sexf*) croît avec le nombre de côtés du polygone. Ainsi, l'oppidum encerclé par la contrevallation de César aurait une surface de l'ordre de 1200 ha dans l'hypothèse d'une forme en triangle, alors qu'à l'opposé, une forme en cercle (ou ovale) conduirait à une surface d'oppidum de près du double.

La surface de la couronne polygonale césarienne serait également minimale dans l'hypothèse d'un triangle, et doublerait presque dans le cas d'un cercle.

Si on retient l'hypothèse d'A. Berthier (Chaux), cela veut dire que les Gaulois de Vercingétorix (80 000⁽¹⁾) occupent une surface de 1000 / 1200 ha,, alors que les troupes césariennes, à peu près le même nombre de combattants, disposent de 800 ha. environ (à ceci près qu'il faudrait voir si on prend en compte ou non le Camp Nord et les extensions des limites de la circonvallation en cours de siège). Ces chiffres sont-ils compatibles avec les données de l'art de la guerre ?

Et, plus intéressant encore, la distance entre les deux lignes de contrevallation et de circonvallation augmente quand on passe du triangle au cercle. Dans le cas du triangle (hypothèse Chaux), cette distance moyenne (égale partout) est de 430 m. Dans le cas du cercle (ou de l'ovale), elle double presque pour atteindre 710 m.

On déduit de ces chiffres que les troupes assiégeantes économisent, de facto, les surfaces occupées, et les distances entre lignes dans le cas d'une forme en triangle, alors que des formes polygonales plus complexes (et, à la limite, le cercle) induisent des augmentations de ces mêmes surfaces et distances⁽²⁾.

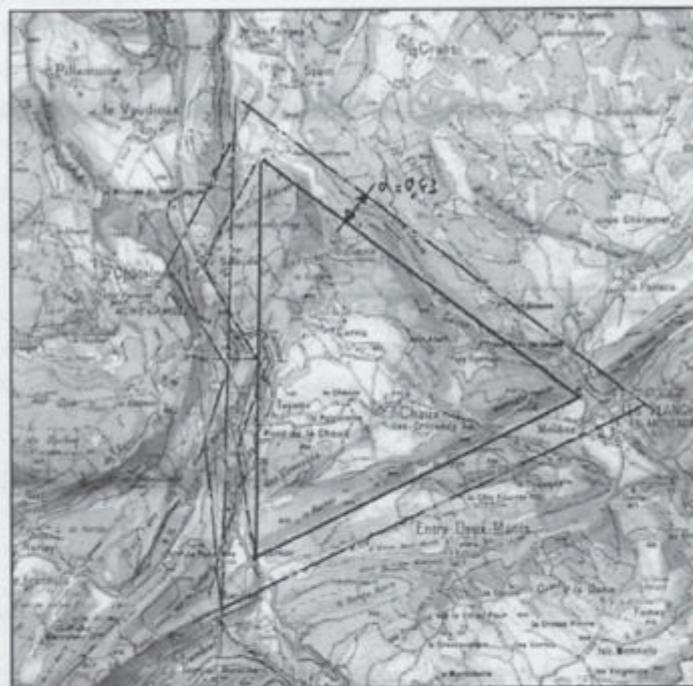
Je me suis amusé à reporter les données calculées sur les cartes de la région de Chaux (voir cartes jointes). Il est frappant de constater qu'en de nombreux endroits, on retombe sur vos découvertes des lignes. Certes, les accidents de terrain, les zones chahutées (les Planches, Pont-de-la-Chaux...) conduisent à des écarts par rapport aux valeurs moyennes, mais il est malgré tout intéressant de constater la cohérence globale des données issues du calcul et celles des investigations de terrain. »

Comme cela s'impose : C.Q.F.D. !

André Berthier se serait sûrement réjoui de constater cette concordance...

(1) Ndlr. Il convient d'y ajouter 15 000 cavaliers présents au début du siège, + 15 000 chevaux + les Mandubiens (population d'une « très grande ville ») et leur bétail + le bétail pour un siège où il faut ravitailler tout ce monde. « Une grande quantité » de bétail, dit César, 7, 71 : *pecus, cuius magna erat copia a Mandubiis compulsu*

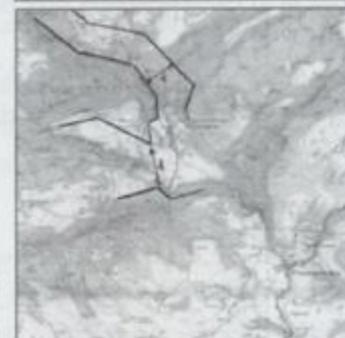
(2) Ndlr. La conclusion est claire, même pour un Bétien tel que moi : comme les mesures données par César ne peuvent être modifiées, l'ovale d'Alise, pour leur correspondre, devrait être deux fois plus important qu'il ne l'est. Isn't it ?



d (distance entre les lignes) = 0,43 km

P int = 16,2 km

P ext = 20,6 km



Vérification sur le terrain
(vestiges repérés; cf livre de J. Berger)

d (distance entre les lignes)